Royaume du Maroc

**Académie Hassan II des Sciences et Techniques**

# Interactions interdisciplinaires des mathématiques appliquées. Cas du Maroc

*Théme scientifique*
*de la session ordinaire du*
*9 avril 2014. Rabat*

**Résumé des conférences**

**Académie Hassan II des Sciences et Techniques**

*Collège des Sciences de la Modélisation*
*et de l'Information*

En collaboration avec

- Le réseau Théorie Des Systémes (TDS)
- La Société Marocaine de Mathématiques Appliquées (SM2A)
- L'Association Ben M'sik pour la promotion de la Culture MATHématique et INFOrmatique (ABC MATHINFO)
- L'Institut de Neurosciences des Systémes, UMR 1106 INSERM & Aix-Marseille Université

**Session ordinaire du 9 avril 2014. Rabat**

# Interactions interdisciplinaires

# des mathématiques appliquées.

# Cas du Maroc

# Avant-propos

Comment les mathématiques ont évolué au Maroc depuis les années 60 ? Jusqu'à la fin des années 70, la recherche en mathématiques au Maroc concernait essentiellement les mathématiques pures. A partir de la fin des années 70, la premiére licence de mathématiques appliquées a été mise en place à Rabat et cela a déclenché un virage notable vers les mathématiques appliquées et ce, dés le début des années 80. Dès le milieu des années 90, un effort important a amené les chercheurs en mathématiques appliquées à s'intéresser à diverses applications dans des domaines allant des sciences du vivant aux sciences de l'ingénieur. Aujourd'hui, au Maroc, les mathématiques appliquées se situent à un niveau assez satisfaisant ; ceci étant mesuré par la seule production des publications dans des revues internationales.

Cette session a pour but de montrer quelques résultats sur l'évolution des mathématiques vers les applications réelles. Cela a tissé des activités interdisciplinaires. Divers liens avec des structures de recherches d'autres disciplines ont été établis. Diverses applications en sciences du vivant, sciences de l'ingénieur, sciences de la terre et de l'environnement ont été traitées (et sont toujours en cours).

Dans cette session, des conférences seront données par divers spécialistes en mathématiques appliquées. Des approches théoriques, des méthodes de modélisation et de résolution de problémes réels seront présentées. Les intervenants, issus d'universités étrangèes ainsi que de nombreuses universités marocaines, montrent une pratique interdisciplinarité quasi généralisée des chercheurs en mathématiques appliquées.

# Liste des conférences

## Histoire des mathématiques appliquées - Méthodologie
**Conférenciers présentés par : Mme Jamila Karrakchou**

• *Mathématiques appliquées au Maroc : évolution, défis et perspectives.* Khalid Najib
• *Les neurosciences : les progrès spectaculaires des dernières décennies.* Driss Boussouad
• *Nouvelle approche en modélisation pour la recherche et l'industrie.* Samira El Yacoubi

## Mathématiques appliquées et santé
**Conférenciers présentés par : Mme Noura Yousfi**

• *Le cerveau virtuel : rêve ou réalité proche ?* Viktor Jirsa
• *Utilisation de mathématiques appliquées pour les stratégies de santé : Exemple du diabète.* Abdesslam Boutayeb
• *Dynamique des systèmes neuronaux dans l'épilepsie.* Kenza El Houssaini
• *Modélisation mathématique des maladies infectieuses.* Jihade Adnani

## Mathématiques appliquées et ingénierie
**Conférenciers présentés par : Mme Marie El Jai**

• *Can a machine learn to act rationally ? Approaches, algorithms and challenges.* Malik Ghallab
• *Certaines applications des courbes et des surfaces B-splines.* Driss Sbibih
• *Mathématiques et environnement : vulnérabilité et pollution des eaux souterraines.* Abdessamad Bernoussi

## Mathématiques appliquées en économie et finances
**Conférenciers présentés par : Mme Rajae Aboulaich**

• *The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for options pricing.* Ibtissam Medarhri
• *Fluctuations économiques : modélisation, analyse mathématique et simulation.* Abdelillah Kaddar

## Discussion - Clôture

# Mathématiques appliquées au Maroc : Évolution, défis et perspectives

**Khalid Najib**

Ecole Nationale de l'Industrie Minérale (ENIM)
Rabat, Maroc
najibkhalid@gmail.com

**Résumé** : Les mathématiques appliquées ont connu un développement important avec l'apparition de l'ordinateur. Après Kolmogorov (pour les probabilités) et Von Neumann (bases de la mécanique des fluides numériques), plusieurs écoles ont vu le jour à travers le monde. En France, alors que les travaux de M. Leray et L. Schwartz avaient posé les bases modernes de l'étude des équations aux dérivées partielles, J.L. Lions et ses amis vont élargir le champ d'action des mathématiques et tisser des liens étroits avec les partenaires industriels (CEA, EDF, Avions Marcel Dassault, IFP, etc.) De part les liens entre les universités marocaines et françaises et de la présence d'une "diaspora" mathématique marocaine importante en France, ces facteurs ont eu une influence sur le développement des mathématiques appliquées au Maroc. Le contrôle optimal, l'analyse numérique et les statistiques ont commencé à se tailler une place de choix dans les enseignements des mathématiques à la faculté des sciences de Rabat à la fin des années 70 et des équipes de recherche sont nées. La vague se confirmera dans les jeunes universités naissantes à travers le pays. A la fin des années 80, les mathématiques appliquées s'enracinent dans leurs diversités dans toutes les universités. Elles se sont enrichies de la diversité des laboratoires d'origine des docteurs (France, Canada, USA) et de l'importance du réseau des marocains qui exercent à l'étranger. La dimension maghrébine est déjà à l'ordre du jour au sein de cette communauté. Un premier congrès maghrébin des sciences de l'ingénieur accordant une large place aux mathématiques appliquées s'est tenu à Rabat en 1989. Deux autres éditions en Algérie et en Tunisie suivront. Le dynamisme de cette communauté va aller crescendo : plusieurs manifestations scientifiques sont devenues le rendez-vous incontournable des chercheurs marocains pour faire état des derniers développements que connait la discipline au Maroc et à travers le monde. Les journées d'analyse numérique et d'optimisation sont à leur dixième édition, le TAM TAM a organisé sa sixième édition à Alger en 2013. Les journées de statistique, le CIRO, le CIMASI, le Congrès International sur les Equations Différentielles, les journées d'analyse non linéaire, sont autant d'autres conférences qui témoignent de ce gain d'intérêt. En plus des actes de ces conférences, des revues scientifiques ont tirées plusieurs numéros. La contrainte financière fut une raison importante de l'arrêt de cette expérience. La création de la SM2A en décembre 2005 est un événement qui a consacré cette évolution. La structuration de la communauté a posé les jalons d'une activité durable, diverse, rassembleuse et lisible. Les conditions d'une

réflexion sur l'essor des mathématiques appliquées au Maroc et sur les liens avec l'industrie sont ainsi réunies. Les congrès de cette jeune société (Rabat ENIM 2008, Rabat FS 2010 et Marrakech 2012), ses activités d'ouverture sur le monde économique et social (transport et finance, problèmes énergétiques et environnementaux, santé), ses débats sur l'enseignement des mathématiques et ses initiatives de promotion de la culture scientifique auprès de jeunes lycéens ont renforcé sa crédibilité.
L'autre événement marquant au sein de cette communauté fut l'identification de groupes thématiques les uns plus structurés et plus importants que d'autres : théorie des systèmes, systèmes dynamiques, analyse numérique des EDP, statistiques, calcul stochastique, analyse non linéaire, recherche opérationnelle. Cependant, les mathématiques appliquées, à l'image des autres disciplines scientifiques, sont en face de grands défis : les amphithéâtres des mathématiques se vident de leurs étudiants. Les masters en mathématiques appliquées sont de plus en plus rares, ce qui a de graves conséquences sur le travail des équipes de recherche et pose de sérieux problèmes de relève. D'autre part, les liens avec l'industrie, véritable soutien au développement de cette discipline, est encore embryonnaire sinon inexistant.
Mais les enjeux d'aujourd'hui nous permettent d'espérer des lendemains qui chantent. La révolution numérique reste un atout majeur qui placerait la communauté des mathématiciens appliqués comme le fer de lance du développement scientifique du Maroc. Des contributions peuvent être apportées au niveau de l'imagerie (qui va du divertissement à l'imagerie médicale en passant par l'imagerie satellitaire). Le développement de systèmes industriels et financiers complexes exige les outils de modélisation, de contrôle et d'optimisation. Les applications à la biologie (épidémiologie, préservation des ressources naturelles et halieutiques, rationalisation de la production agricole) sont aussi nombreuses que diverses. La gestion des ressources en eau est une priorité pour faire face à la raréfaction de cette denrée au Maghreb, au regard des changements climatiques que connaît la planète. La grande dynamique associative n'est pas en reste : elle est en mesure de mieux faire connaître auprès du public, des jeunes et des décideurs le rôle grandissant des mathématiques et des sciences et les opportunités qu'elles pourraient offrir en matière d'emploi. La réflexion sur le contenu des enseignements des mathématiques appliquées, sur l'utilisation des nouvelles technologies de l'information en matière d'apprentissage, sur la sensibilisation précoce des élèves à l'utilisation efficace de moyens de calcul et sur un système d'évaluation rénové sont en mesure d'attirer de plus en plus de jeunes vers les carrières mathématiques. Notre jeune société de mathématiques appliquées, la SM2A, a fait des pas importants dans ce sens. Il lui reste à approfondir cette démarche et à s'imposer comme interlocuteur reconnu de la communauté et auprès des autorités de tutelle. Beaucoup d'autres efforts sont à faire au niveau du regroupement des compétences : création de groupes thématiques, communication diverse et régulière (pour les jeunes lycéens, pour le grand public, pour la recherche), place des sciences dans les débats de société.

# Les progrès spectaculaires des neurosciences

**Driss Boussaoud**

Directeur de Recherche CNRS
Coordonnateur du GDRI France-Maroc de Neurosciences
UMR INSERM 1106 Aix-Marseille Université
Faculté de Médecine, 27, Boulevard Jean Moulin
13005 Marseille, France
http ://ins.medecine.univmed.fr/
driss.boussaoud@gmail.com

## 1 Introduction

Les neurosciences s'intéressent à la compréhension du fonctionnement normal du cerveau humain, et à son dysfonctionnement lors de pathologiques neurologiques et psychiatriques. Il s'agit d'un vaste champ scientifique qui regroupe des disciplines allant de la biologie à la psychologie et l'étude du comportement, en passant par les neurosciences cognitives, les neurosciences cliniques et les neurosciences théoriques ou computationnelles. Les neuroscientifiques cherchent à expliquer les mécanismes neuronaux du comportement humain et animal : de la perception du monde qui nous entoure à la prise de décision et l'action, en passant par la mémoire, l'apprentissage, les émotions, la motivation, le langage, la communication, la pensée, l'art, la culture et le comportement social. Une tâche titanesque et probablement un des plus grands défis scientifiques de notre temps. Il faut dire que les attentes sociétales sont énormes, non seulement parce que les maladies cérébrales touchent des millions de personnes, mais parce que la compréhension du cerveau promet des progrès technologiques immenses. C'est pourquoi les politiques publiques ont érigé les neurosciences au rang des grandes priorités scientifiques ces dernières années, ce qui permet aux chercheurs de réaliser quelques percées dans les mystères de cette boite noire qu'est notre cerveau. Cet article n'a pas la prétention de traiter tous les progrès des neurosciences, même en se limitant aux plus récents. L'objectif est de donner un bref aperçu sur quelques découvertes récentes, afin d'aider à sensibiliser le lecteur sur l'intérêt stratégique de la recherche dans ce domaine, tout en soulignant l'importance de l'interdisciplinarité et l'apport des mathématiques appliquées. Je prendrai quelques exemples, dans les domaines de la neuroanatomie et de la neurophysiologie, et je terminerai sur l'interface neurosciences-robotique qui a révolutionné la prise en charge du handicap.

## 2 Anatomie et câblage du cerveau

Le cerveau humain est considéré par certains auteurs comme l'objet le plus complexe de l'univers. Il est constitué de quelques 100 milliards ($10^{11}$) de neurones, qui communiquent entre eux par le biais de synapses au niveau desquelles sont libérés des substances chimiques appelées neurotransmetteurs. Mais le cerveau ne contient pas que des neurones. Il est aussi constitué de cellules gliales neuf fois plus nombreuses que les neurones. Neurones et cellules gliales entretiennent des contacts et connexions nombreux, formant un enchevêtrement d'une grande complexité. Savoir qui parle à qui dans cette toile d'araignée relève de l'impossible, encore faut-il d'abord déterminer les connexions qu'entretient chaque neurone avec les autres. Durant la 2ème moitié du 20ème siècle, les études anatomiques ont élucidé le câblage cérébral en utilisant des méthodes anatomiques dites de traçage des voies chez l'animal. Elles consistent à utiliser des substances chimiques appelés traceurs, pour identifier les connexions entre les différentes aires cérébrales, et ont ainsi permis l'identification des circuits nerveux comme celui illustré en Figure 1 pour le système visuel. Même si l'extrapolation de ces connaissances au cerveau humain nécessite de la prudence, elles ont eu d'importantes retombées pour la compréhension de son organisation anatomique, l'interprétation de certaines maladies, voire la mise en place de procédures thérapeutiques nouvelles.

Il a fallu attendre l'avènement de la neuroimagerie, qui a véritablement révolutionné les neurosciences, pour avoir accès aux connexions entre régions du cerveau humain in vivo. En effet, des méthodes non invasives ont vu le jour depuis quelques années et permettent d'utiliser l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et des méthodes mathématiques sophistiquées pour tracer les réseaux de fibres dans le cerveau humain. Cette technique de "tractographie", dont un exemple est illustré en Figure 1, est basée sur l'IRM dite de diffusion qui permet de tracer les fibres nerveuses en suivant les déplacements des molécules d'eau le long de ces fibres. La technique permet même de déterminer la direction de ces déplacements, et les méthodes de traitement d'image sont ensuite utilisées pour représenter les faisceaux de fibres en les séparant en fonction de la direction (différentes couleurs sur la figure 1b). Cette technique a des avantages indéniables, non seulement parce qu'elle est non invasive et peut être réalisée sur des sujets sains ou malades sans effets secondaires, mais elle peut guider dans le diagnostique médicale, et lors d'interventions chirurgicales. Par exemple, le neurochirurgien peut visualiser les faisceaux de fibres pour mieux adapter l'acte chirurgical et éviter les zones fonctionnelles importantes, comme celle du langage, en faisant la résection d'une tumeur.

## 3 La neurophysiologie : du neurone au cerveau social

La neurophysiologie consiste à étudier le fonctionnement des neurones et du cerveau dans son ensemble. Ceci revient souvent à enregistrer les courants électriques, et ce à plusieurs niveaux : au niveau moléculaire (comment fonctionne un canal ionique) et cellulaire, celui de petits réseaux de neurones, ou du cerveau entier. On peut donc aller du fonctionnement microscopique au niveau macroscopique. Les outils méthodologiques ont évolué rapidement ces dernières années, permettant d'enregistrer ces différents niveaux avec une grande préci-

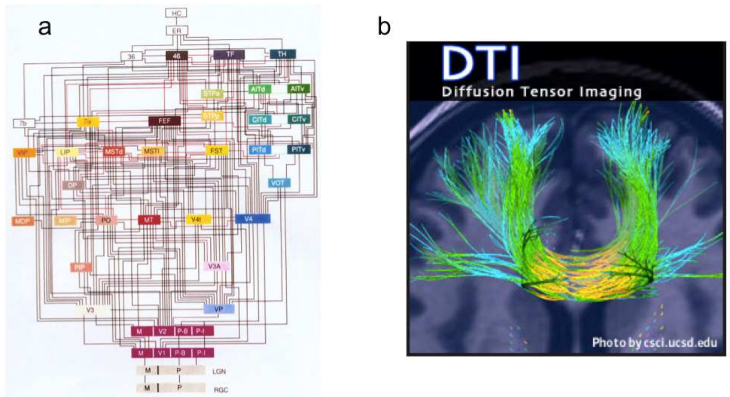



FIGURE 1 – *Câblage du cerveau. (a) Connexions de système visuel du singe, tiré de Felleman et van Essen (1991). (b) Illustration des tractus de fibres identifiés en Imagerie par tenseur de diffusion (DTI), appelée tractographie.*

sion temporelle et spatiale. Les niveaux microscopiques sont généralement abordés soit chez des animaux, soit sur des préparations in vitro. Les méthodes macroscopiques, généralement non invasives, sont utilisées chez l'homme. C'est le cas de l'électroencéphalographie (EEG) et la Magnétoencéphalographie (MEG ; Figure 2). Comme souligné plus haut, les méthodes d'imagerie ont bouleversé le champ des neurosciences, car elles ont permis de voir fonctionner le cerveau en temps réel, pendant que des sujets sains volontaires exécutent des tâches perceptives, motrices, cognitives et émotionnelles diverses. Cependant, ces méthodes ne mesurent pas directement l'activité électrique des neurones, mais l'activité métabolique dont il a été démontré par ailleurs un lien étroit avec l'activité neuronale. Si les outils ont évolué de manière rapide ces dernières années, le défi de la neurophysiologie reste entier : celui de relier les niveaux d'analyse, les signaux obtenus avec différents outils, et in fine expliquer comment le cerveau fonctionne. Comment l'activité de millions de neurones est-elle coordonnée pour qu'émerge une pensée ? Comment les ensembles de neurones répartis dans différentes aires, codant des informations complémentaires (la couleur d'un objet, le son qu'il émet, sa position dans l'espace, la trace mnésique $\cdots$) sont mises ensemble pour avoir un percept unifié des objets dans l'espace ? Comment surgit une crise d'épilepsie ? sont autant de questions auxquelles on cherche activement des réponses dans les laboratoires de recherche.
Le cerveau en société -Cerveau Social- est un sujet majeur des neurosciences depuis la découverte des neurones miroirs dans le cerveau du singe, par le groupe de Giacomo Rizzolatti (Université de Parme, Italie). Ces neurones ont la propriété de décharger quand le singe saisit un objet, mais aussi quand le singe voit l'expérimentateur effectuer ce même geste. D'où le terme miroir. Cette propriété a intéressé les scientifiques même en dehors du champ des neurosciences, en particulier les sciences humaines et sociales (philosophes, linguistes, psychologie sociale $\cdots$ ) car elle permet d'expliquer des phénomènes complexes, notamment

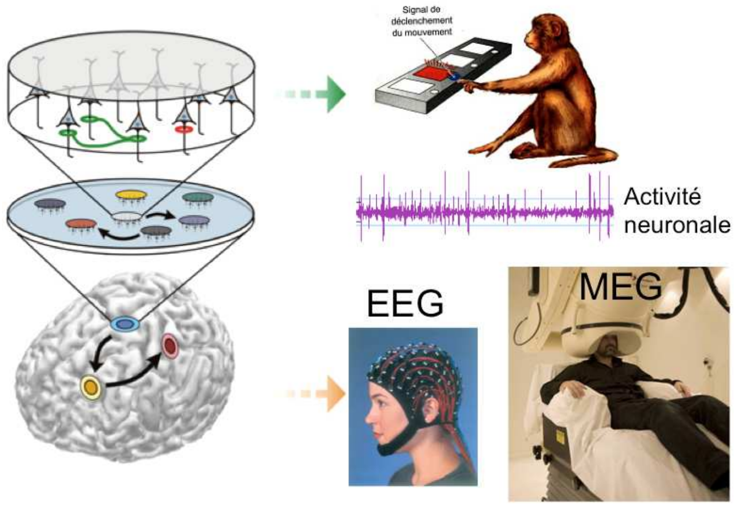



Figure 2 – *Le problème du lien entre les niveaux d'analyses en neurophysiologie. A gauche, sont représentés trois niveaux : les neurones, qui peuvent être enregistrés individuellement (chez l'animal, à gauche) ; les ensembles de neurones, représentés par les ellipses de couleurs différentes ; les réseaux cérébraux, et leurs interactions (cercles et flèches sur le cerveau entier). Ce dernier niveau est étudié par des méthodes permettant d'enregistrer l'ensemble du cerveau, comme l'électroencéphalographie (EEG) ou la magnétoencéphalographie (MEG).*

l'empathie, la théorie de l'esprit. En effet, expliquer les sentiments qui permettent de réguler les interactions sociales, comme la capacité de se mettre à la place des autres (empathie), ou de lire dans leurs pensées et comprendre leurs intentions, est une question d'importance pour les sciences humaines et sociales. La question est donc de savoir si cette les neurones miroirs existent dans le cerveau humain ? Faute d'enregistrer directement les neurones dans le cerveau humain, comme Rizzolatti et ses collaborateurs l'ont fait chez le singe, on a fait appel à l'imagerie fonctionnelle. Dans un tout autre domaine que la saisie d'objets, il a été alors démontré que la région du dégout s'active à la fois lorsque le sujet est dégouté par une odeur, et lorsqu'il observe des visages exprimant le dégout (Wicker et al., 2004). Cette étude et beaucoup d'autres suggèrent que les propriétés miroirs existent bien chez l'humain, sans que personne n'ait encore montré que notre cerveau contienne des neurones miroirs.
L'apport des mathématiques aux neurosciences. Les progrès en neurosciences reposent principalement sur le développement d'outils d'investigation de plus en plus sophistiqués, à la fois pour scruter les niveaux moléculaires et cellulaires et pour suivre le fonctionnement macroscopique du cerveau par des techniques d'imagerie comme nous venons de le résumer.

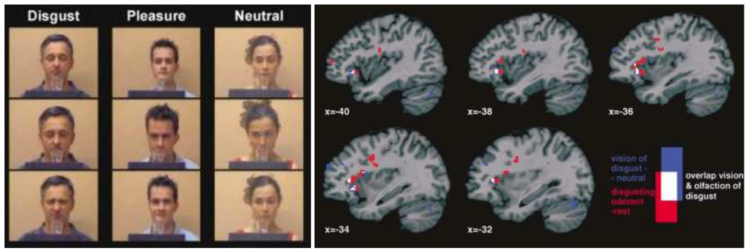



FIGURE 3 – *Dégout de soi, dégout de l'autre. A gauche, images observées. A droite, activation cérébrale obtenue en IRM fonctionnelle, lors de l'observation des images (en bleu), de la perception de dégout (en rouge). En blanc les régions actives pendant les deux conditions (Wicker et al. 2003).*

Le développement de ces outils sophistiqués s'est accompagné d'une augmentation massive des quantités de données collectées, ce qui pose des problèmes similaires à ceux que l'étude du génome humain ont connus : la gestion de grandes masses de données, leur stockage et leur analyse, mais aussi leur compréhension par le biais de modèle formels. Les mathématiques sont venues à la rescousse des neurosciences pour résoudre les problèmes techniques, mais surtout pour aider à la compréhension du fonctionnement cérébral par le biais de la modélisation. Un champ important a émergé en neurosciences, les neurosciences computationnelles, qui se fixe aujourd'hui l'objectif ambitieux de fabriquer cerveau. Soulignons à ce propos, le cerveau virtuel (V. Jirsa et al., Marseille ; http ://www.thevirtualbrain.org/), et le projet européen "Human Brain Project" basé sur le concept de créer un modèle artificiel du cerveau humain (https ://www.humanbrainproject.eu/fr).

# 4 Neuro-robotique, au croisement des neurosciences et des mathématiques appliquées

Le nombre grandissant de victimes d'accident vasculaire cérébral et de blessures de moelle épinière graves se trouvant exclues de toute forme de communication avec leur entourage alors que ces personnes gardent toutes leurs facultés mentales intactes a suscité beaucoup d'intérêt chez les scientifiques et neuroscientifiques pour chercher des solutions. En effet, la cartographie des zones spécialisées du cerveau responsables de la production des actes moteurs volontaires est aujourd'hui bien établie malgré la complexité de leur fonctionnement global. Ces régions du cerveau continuent à produire des commandes motrices, pourvu qu'elles parviennent aux muscles pour exécuter les actes voulus. La découverte que l'activité liée à la préparation motrice, observée avant que l'action ne soit exécutée, a donné l'idée aux chercheurs de l'utiliser pour produire la réponse attendue. Par exemple, si le singe s'apprêtait à déplacer un point lumineux sur l'écran en actionnant un joystick, le décodage de l'activité neuronale en temps réel peut être utilisé pour déplacer artificiellement le point lumineux dans la bonne direction. En quelque sorte, on commence à lire dans le cerveau, et faire ce qu'il s'apprête à faire à la place du sujet. Les singes et les rats, étant de grands économes d'énergie, s'aperçoivent rapidement qu'ils n'ont pas besoin de bouger le joystick, et qu'il suffit d'en avoir l'intention mentale, pour que ça se fasse et qu'une récompense soit délivrée. La neurorobotique est née dans ce contexte, avec des expériences spectaculaires montrant le singe en train d'utiliser un bras de robot, piloté par ses neurones, pour se servir des morceaux de fruits dans la bouche. D'où l'idée d'utiliser l'activité cérébrale d'une personne amputée d'un membre pour piloter un fauteuil roulant, par exemple. La 1ère expérience chez l'homme a été réalisée à Vienne en Autriche, et aujourd'hui les interfaces cerveau-machine sont une approche prometteuse pour pallier le handicap en général, moteur en particulier. Il est dores et déjà possible de contrôler des prothèses robotisées, des fauteuils roulants automatisés, l'écriture par la pensée, etc.

# 5 Le cerveau n'a pas encore livré ses mystères

Malgré la place des neurosciences aujourd'hui, à savoir une des toutes premières priorités scientifiques, le cerveau reste encore largement mystérieux et ce que pour plusieurs raisons dont on citera les plus importantes. La 1ère est la grande complexité de son organisation anatomique et fonctionnelle. Il est en effet difficile, voire impossible avec les moyens techniques disponibles, de cerner l'activité de chacun des neurones ou celle qui émerge de leurs interactions et d'expliquer la relation de causalité entre ces activités et le comportement humain. La 2nde raison est que l'état du cerveau est dynamique, les propriétés neuronales étant changeante d'un moment à l'autre, en fonction de paramètres divers et variés : notre humeur, nos émotions, nos intentions, nos mémoires et souvenirs, notre éducation, le contexte environnemental et social dans lequel nous vivons $\cdots$ Il faut souligner que cette propriété dynamique du cerveau est en même temps ce qui fait sa force, car elle le dote de toute la flexibilité nécessaire pour apprendre, s'adapter mais aussi se réparer suite à des pathologies. On parle de neuroplasticité, un concept majeur en neurosciences modernes. Par exemple, suite à une amputation de la main, le territoire du cortex cérébral qui commande la main est réaffecté à la commande du bras. Que se passe-t-il si le patient bénéficie d'une greffe de la main ? Il a été montré que le territoire recyclé du cortex moteur est de nouveau réaffecté à la nouvelle main (Vargas et al. 2009). Peut être est-ce là un des mystères livré par le cerveau ces dernières années, sa capacité à se réorganiser. Les greffes de la main ont franchi un pas récemment, puisque une équipe suisse a développé des prothèses permettant au patient de retrouver le toucher perdu depuis des années suite à l'amputation (Micera S, EPFL, Lausanne). 6. Conclusions : des dogmes et des concepts Malgré ces progrès spectaculaires, tout reste encore à faire pour réellement comprendre le fonctionnement et le dysfonctionnement du cerveau. De nombreux défis restent à relever, notamment celui des désordres du développement du système nerveux conduisant à de graves désordres (ex. autisme), du vieillissement normal et pathologique du cerveau, eu encore celui de la relation entre les gènes et le comportement. En guise de conclusion, il faut souligner que les progrès réalisés ces dernières décennies ont fait évoluer les concepts, et parfois fait tomber des dogmes qu'on croyait pour-tant établis pour toujours. Par exemple, les cellules gliales ne sont plus considérées comme de simples cellules nourricières, elles ont un rôle dans le codage de l'information. Bien que cela représente une avancée, cette nouvelle vision des choses augmente encore plus la complexité du problème. Ces cellules seraient désormais partie prenante dans les processus de mémoire et de fabrication de nouveaux neurones (neurogénèse). A ce propos, la neurogénèse est elle même une évolution majeure, puisque, contrairement aux idées reçues, le cerveau adulte est bel et bien doté de cette capacité à produire de nouveaux neurones. Bonne nouvelle, car on pensait que le nombre de neurones ne faisait que diminuer au fur et à mesure que l'âge avance. En fait, certaines régions du cerveau, notamment celles impliquées dans la mémoire, peuvent produire de nouveaux neurones.

# 6 Références


Felleman DJ and van Essen DC (1991). *Distributed hierarchical processing in the primate cerebral cortex.* Cerebral Cortex, 1 :1-47.

Raspopovic S, Capogrosso M, Petrini FM et al. (2014). *Restoring Natural Sensory Feedback in Real-Time Bidirectional Hand Prostheses.* Science Translational Medicine. Volume : 6, Issue : 222, Article Number : 222ra19, DOI : 10.1126/scitranslmed.3006820.

Vargas VD, A. Aballe, EC Rodriguesa et al. (2009) *Re-emergence of hand-muscle representations in human motor cortex after hand allograft.* PNAS, vol. 106 :7197âĂŞ7202.

Wicker B, Keysers C, Plailly et al. (2003). *Both of us disgusted in My Insula : The common neural basis of seeing and feeling disgust.* NEURON Volume : 40 Issue : 3 Pages : 655-664.

# Nouvelle approche en modélisation pour la recherche et l'industrie

**Samira El Yacoubi**

Institut de Modélisation et Analyse
en Géo-Environnement et Santé (IMAGES)
Université de Perpignan, 52 Av. Paul Alduy
66860 Perpignan cedex, France
yacoubi@univ-perp.fr

**Résumé** : La nécessité de connecter l'enseignement des mathématiques à celui des autres disciplines scientifiques et à des situations de la vie réelle est devenue évidente. Dans ce contexte, les mathématiques appliquées ont été initiées comme discipline à part entière au Maroc au milieu des années quatre vingts et depuis, leur évolution n'a cessé de croître afin d'accompagner les exigences du monde actuel et la complexité des problèmes confrontés.
Cela se traduit par le biais de la modélisation mathématique. Le mot modélisation désigne un type bien précis de rencontre entre deux disciplines. C'est la possibilité de représenter un système réel par une maquette virtuelle qu'on appelle modèle mathématique. L'établissement d'un modèle mathématique réaliste pose en général des problèmes liés, entre autres, à la mise en équations. A partir des paramètres du système réel et de ses interactions avec son environnement, il faut définir des variables mathématiques et des lois de comportement qui gouvernent le processus naturel. Cela conduit à des équations mathématiques qui peuvent être de plusieurs types : continues ou discrètes, linéaires ou non linéaires, déterministes ou stochastiques, etc.
Avec le développement de l'informatique et l'augmentation des capacités de calcul, la modélisation s'est imposée comme technique nécessaire pour l'étude des systèmes complexes dans différents domaines de la recherche académique ou industrielle. Dans le cas de beaucoup de phénomènes observés dans la nature, un modèle mathématique est nécessaire dès lors que la complexité du phénomène ne permet plus à l'intuition d'en comprendre le fonctionnement ni d'en prévoir l'évolution. La pertinence du modèle choisi est alors évaluée en effectuant une simulation et en comparant les résultats obtenus aux données expérimentales. Cette étape de validation détermine les processus qui sous-tendent la complexité des faits expérimentaux, et propose une interprétation des expériences via des techniques d'estimation de paramètres utilisant des théories mathématiques liées aussi bien aux processus stochastiques qu'aux équations d'évolution déterministes.
Dès que l'on considère des systèmes complexes dont le nombre de composants ainsi que leurs interactions est très élevé, il est alors difficile et peu précis de simuler le fonctionnement de tels systèmes en se basant sur des représentations classiques. Il convient, alors, d'adopter d'autres

modes de représentation plus adéquats tout en garantissant la persistance des principales propriétés de ces systèmes, telles que leur complexité, leurs symétries et lois de conservation ainsi que leur dynamique globale.

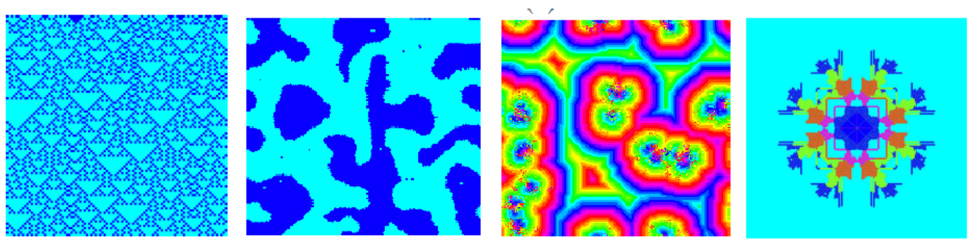


FIGURE 4 – *Divers comportements exhibés à l'échelle macroscopique, à partir d'interactions locales entre des entités obéissant à des dynamiques microscopiques d'automates cellulaires.*

Dans ce contexte, les automates cellulaires (AC) offrent un cadre conceptuel adapté aux systèmes complexes. Ce sont des modèles mathématiques simples pour la représentation et la simulation des systèmes spatio-temporels. Un AC est un système dynamique entièrement discret décrit par un ensemble d'automates organisés en réseau, où les entrées de chaque automate sont constituées par les états de ses plus proches voisins. L'état de chaque automate ou cellule du réseau à un instant donné est donc fonction de l'état de son voisinage à l'instant précédent. La modélisation utilisant les AC a l'avantage d'être conceptuellement plus facile que celle décrite par des équations aux dérivées partielles et l'évolution de tels systèmes est facilement implémentée sur ordinateur en évitant les erreurs d'approximation ou d'arrondi.

Partant d'une préoccupation d'informaticiens théoriciens, les AC sont devenus un outil à vocation générale, passant de l'étude de la complexité, du traitement d'images à la modélisation de systèmes réelles, physiques, biologiques ou écologiques.
L'impact de la modélisation, la simulation et les nouvelles capacités offertes par le calcul numérique intensif sur l'activité et le succès des entreprises est de plus en plus important. Des rencontres entre les acteurs de la recherche académique et les industriels sont de nos jours, nécessaires à l'instauration de liens entre les deux communautés afin d'adapter l'offre de recherche aux besoins des industriels et permettre le transfert à destination des entreprises d'un secteur donné.
Dans ce contexte, les AC ont nourri le domaine de la recherche académique dans divers secteurs et disciplines : informatique théorique, mathématiques pures, biologie théorique, physique statistique, etc. En particulier dans le domaine de la théorie des systèmes, ces modèles ont offert un nouveau paradigme qui a permis de repenser certains aspects et d'étudier de nouveaux concepts d'analyse et de contrôle liés aux systèmes complexes.

Dans le domaine industriel et à titre d'exemple marquant, une conférence internationale particulièrement dédiée aux AC pour la recherche et l'industrie (ACRI) se tient tous les deux ans depuis une vingtaine d'année et dont l'édition 2016 est prévue au Maroc. Nombre d'industriels et de chercheurs du secteur académique se retrouvent pour discuter des différents points de vue, tendances et challenges ainsi que l'état de l'art dans des secteurs pluridisciplinaires : biologie, chimie, communication, écologie, calcul parallèle, médecine, physique, ingénierie, trafic, économie ou sociologie. Un des partenaires industriels les plus fidèles est la société Illy pour le café qui est associée à des chercheurs académiques pour les applications des AC aux problèmes de percolation.

En relation avec un concept d'analyse des systèmes, le problème de percolation a été étudié pour décrire l'étalabilité dans un milieu hétérogène avec des applications en propagation des feux de forêt, d'épidémie ou de problèmes classiques de diffusion.

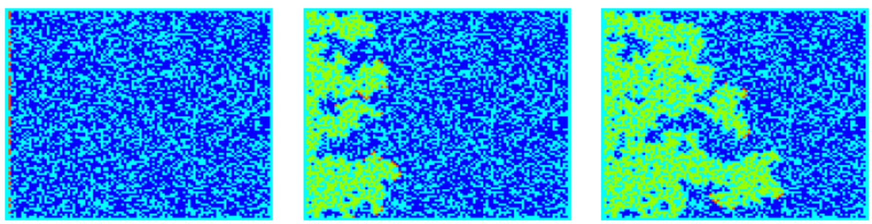


FIGURE 5 – *Application de la percolation à la propagation d'un feu de forêt pour un seuil de percolation* $p = 0.6$.

## Références


[1] S. El Yacoubi and A. El Jai, *Cellular automata and spreadablility*, Mathematical and Computer Modelling, vol. 36, pp. 1059-1074. 2002.

[2] S. El Yacoubi, P. Jacewicz and A. El Jai, *Lucas : an original tool for landscape modelling*, International Journal of Software and enviromental systems, vol. 18, pp. 429-437, 2003.

[3] S. El Yacoubi, B. Chopard, S. Bandini, *Cellular Automata, 7th International Conference on Cellular Automata for Research and Industry, ACRI 2006 Perpignan, France, September 20-23, 2006.* , Proceedings Series : Lecture Notes in Computer Science , Vol. 4173. Sublibrary : Theoretical Computer Science and General Issues El Yacoubi, Samira ; Chopard, Bastien ; Bandini, Stafania (Eds.) 2006, XVI, 735 p., Softcover ISBN : 3-540-40929-7.

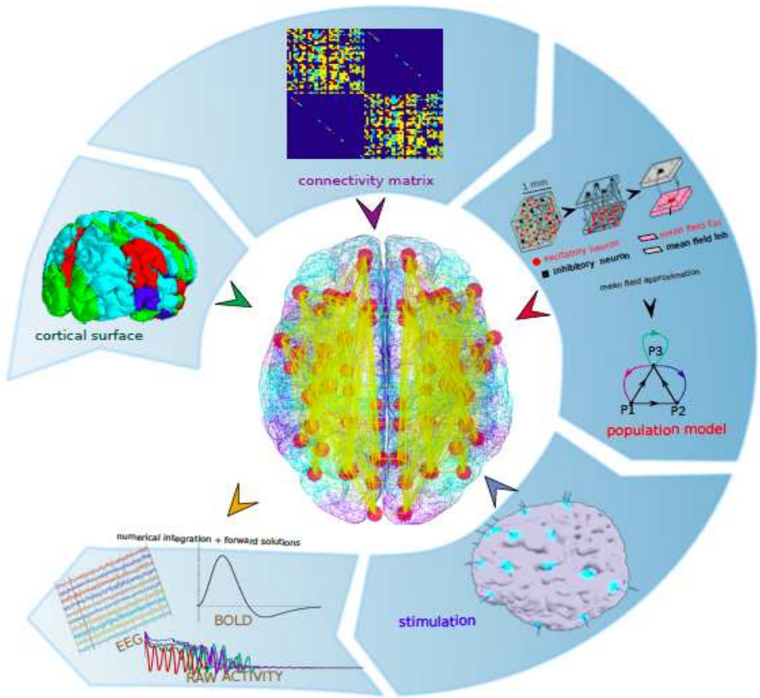
[4] R. Slimi, S. El Yacoubi, E. Dumonteil, S. Gourbiere, *A Cellular Automata model for Chagas Disease*, International Journal of Applied Mathematical modelling, Vol. 33, pp. 1072-1085, 2009.

# Le cerveau virtuel : rêve ou réalité proche ?

**Viktor Jirsa**

Directeur adjoint, Institut de Neurosciences des Systèmes
UMR INSERM 1106 Aix-Marseille Université
Faculté de Médecine, 27, Boulevard Jean Moulin 13005 Marseille, France
http ://ins.medecine.univmed.fr/
viktor.jirsa@univ-amu.fr

**Résumé** : Les nouveaux outils de simulation informatique et les technologies récentes de l'information et de la communication ouvrent la voie à plusieurs projets de recherche internationaux tels que le 'Human Brain Project' ('Projet sur le Cerveau Humain') dont le but est de construire un 'cerveau virtuel' qui reproduirait le fonctionnement du cerveau de l'homme. Un tel outil permettrait non seulement de mieux comprendre notre cerveau mais aussi d'élaborer des traitements innovants contre les maladies qui l'atteignent.
Un premier pas dans cette direction est le cerveau virtuel (The Virtual Brain, TVB), qui consiste en une plateforme neuroinformatique de simulation des réseaux cérébraux sur la base d'une connectivité biologiquement réaliste (voir www.thevirtualbrain.org). Cet environnement de simulation permet, sur la base de la modélisation, l'inférence des mécanismes neurophysiologiques qui opèrent à différentes échelles et sous-tendent la génération des signaux de neuroimagerie souvent utilisés en neuroradiologie clinique, y compris l'imagerie par résonnance magnétique fonctionnelle (IRMf), l'électro-encéphalographie (EEG) et la magnétoencéphalographie (MEG). Les chercheurs de différents domaines peuvent ainsi bénéficier d'une plateforme informatique intégrative comprenant un support pour la gestion des données (génération, organisation, stockage, intégration et partage) ainsi qu'un cÅŞur de simulation. Le TVB permet la reproduction et l'évaluation de configurations personnalisées du cerveau en utilisant des données individuelles. Cette possibilité de personnalisation facilite l'exploration des conséquences des altérations pathologiques qui peuvent atteindre le système d'un individu, permettant par la suite la recherche des moyens de prévention et de traitement.
Je décrirai le cadre théorique et les fondements qui ont conduit au développement du TVB, l'architecture et les caractéristiques de ses composants informatiques principaux, ainsi que leurs applications en neuroscience. Je mettrai l'accent notamment sur la représentation des crises épileptiques dans le TVB. Les crises peuvent survenir spontanément et d'une façon récurrente, ce qui définit l'épilepsie, ou peuvent même être induites dans un cerveau sain sous certaines conditions, et cela dans la majorité des réseaux neuronaux et chez la majorité des espèces, en allant des mouches aux humains. Une telle universalité est en faveur de




l'existence d'invariants caractérisant la survenue des crises dans les conditions physiologiques et pathologiques. Dans ce contexte, nous avons analysé la dynamique des crises grÃćce à des outils mathématiques et nous en avons établi une taxonomie basée sur des principes premiers. Pour la classe des crises les plus fréquentes, nous avons développé un modèle générique, baptisé l'Epileptor. Ce modèle prédit le début et la fin d'une crise, ses prédictions ont été validées, non seulement dans des expérimentations in-vitro, mais également pour les crises focales enregistrées dans différents syndromes, régions cérébrales et espèces (humains et poisson zèbre). L'Epileptor et la taxonomie des crises constituent un précieux guide pour les travaux de modélisations grande-échelle de la propagation des crises dans le TVB. Dans cette perspective, je présenterai les premiers résultats de la visualisation d'un patient à Marseille, dont les réseaux cérébraux ont été reconstruits dans le TVB en utilisant des Epileptors couplés et sa propre connectivité, ce qui a permis de mimer les patrons de propagations observés cliniquement.

# Utilisation des mathématiques appliquées pour les stratégies de santé. Exemple du diabète

**Abdesslam Boutayeb**

URAC04, LaMSD, Département de Mathématiques
Faculté des Sciences d'Oujda. Maroc
x.boutayeb@menara.ma

**Résumé** : Les modèles mathématiques constituent des outils scientifiques puissants pour la compréhension et l'analyse des dynamiques des populations et des maladies. Historiquement, on peut citer des modèles simples comme celui de Malthus qui considére que le taux de croissance d'une population est proportionnel à la taille de cette population ou le modèle logistique de Verlhust qui suppose que l'évolution de toute population est limitée par la capacité de l'environnement. Pour les systèmes biologiques, les modèles proposés par Lotka et Volterra dans les années 20 du siècle dernier ont été (et sont encore) largement utilisés pour comprendre l'évolution de différentes populations sous l'effet de prédation, compétition, migration, coopération, pêche, $\cdots$

La dynamique des maladies touchant principalement les humains a attiré l'attention d'un grand nombre de mathématiciens. Bernouilli est considéré comme le pionnier des chercheurs pour avoir proposé en 1760 son "Essai d'une nouvelle analyse de mortalité causée par la petite vérole et des avantages de l'inoculation pour la prévenir".

Le début du siècle dernier a connu le lancement d'épidémiologie moderne avec des modèles mathématiques comme ceux proposés par Ross et McKendrick & Kermack. Les modèles compartimentaux (SIS, SIR, SEIR, $\cdots$) ont été utilisés de façon croissante pour comprendre l'évolution des maladies comme le SIDA, SARS, Grippe aviaire, dengue, paludisme, $\cdots$

Bien qu'en santé publique et médecine, la majorité des modèles mathématiques proposés concernent les maladies transmissibles, d'autres modèles sont dévoués au niveau cellulaire, aux maladies non transmissibles et aux problèmes de santé publique en général (coût, coûts-avantages, rapport coût-efficacité). Les maladies non transmissibles constituent un des plus grands défis qu'affronte l'humanité en ce siècle. L'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) indique que ces maladies sont la cause majeure de mortalité dans le monde avec 36 millions (63%) de décès en 2008 (CVDs 48%, cancer 21%, maladies respiratoires chroniques 12% et diabète 4%). Nécessitant un traitement de longue durée avec coût élevé, les maladies non transmissibles constituent un fardeau socio-économique pour l'individu, la famille et la société entière. De ce fait, les mathématiques appliquées peuvent et doivent contribuer au côté des interventions du ministère de la santé et de celles des autres secteurs, à réduire le fardeau de ces maladies. Suivant l'objectif global de l'OMS en 2005 de réduire le taux de mortalité des maladies non transmissibles de 2% par an, une étude a montré que, sur une

période de 10 ans (2006-2015), 13.8 millions de décès pourraient être épargnés en réduisant la quantité de sel dans les repas de 15% et en activant la convention OMS sur le contrôle du tabac (FCTC). Les auteurs ont estimés le coût de ces deux interventions à moins de 0.40 US dollar par personne par an dans les pays à revenu bas et entre 0.50 et 1 US dollar dans les pays à revenu moyen supérieur. Au Maroc, de nombreux chercheurs se sont intéressés à la modélisation mathématique dédiée à la dynamique des populations et aux sciences du vivant. L'utilisation des travaux de recherche reste, cependant, limitée à cause du manque d'interaction entre chercheurs et décideurs en matière de santé et dans d'autres secteurs. Dans cette intervention, nous proposons un exemple simple d'utilisation des mathématiques appliquées pour comprendre la dynamique du diabète via 4 volets :

1. La dynamique du glucose, insuline glucagon et cellules Beta.
2. Le coût direct et indirect du diabète au Maroc.
3. Simulation d'un modèle à compartiments dans le temps : pre-diabète ($E(t)$), diabète sans complications ($D(t)$) et diabète avec complications ($C(t)$).
4. Analogie entre contrôle du diabète et contrôle optimal (mathématique).

# Dynamique des systèmes neuronaux dans l'épilepsie

**Kenza El Houssaini, Viktor Jirsa, Christophe Bernard**

Institut de Neuroscience des Systèmes
UMR INSERM 1106, Aix-Marseille Université.
Marseille, France
kenzaelhoussaini@hotmail.fr

**Mots clés :** Épilepsie, système dynamique, bifurcation, stabilité, laterecurrentdischarges, dépression envahissante

**Résumé** : L'épilepsie est un désordre du système nerveux. Elle se caractérise par un dysfonctionnement de l'activité cérébrale qui s'exprime par une survenue des décharges électriques à haute fréquence. La région, dite épileptogène, est supposée impliquée dans le déclenchement de la crise et fonctionne comme une zone initiale, d'où l'activité épileptiforme qui se propage vers les autres régions. L'émergence de la crise épileptique est interprétée comme une bifurcation, c'est à dire une transition non linéaire d'un état vers l'autre. Une analyse de la transition de la crise est nécessaire afin de comprendre l'activité cérébrale liée à ce phénomène complexe.
Pour ce faire, nous nous appuyons sur un modèle appelé Epileptor (Jirsa et al.) [1] qui correspond à un système dynamique non linéaire et reproduit l'activité épileptique. Mettant en oeuvre la théorie mathématique des systèmes dynamiques sur le modèle Epileptor (stabilité, bifurcation..), nous décrirons les différents aspects ayant de l'influence sur l'évolution temporelle de la crise épileptique.
Par ailleurs, le modèle Epileptor est caractérisé par de nombreux paramètres qui déterminent la dynamique du système. Cette dernière peut être affectée par des changements sur certains paramètres. De plus, un simple changement des conditions initiales peut mener à un nouveau comportement du système. De ce fait, nous avons exploré un espace des paramètres qui rassemble tous les régimes possibles générés par le modèle Epileptor.
Le comportement émergent suite aux changements des conditions initiales correspond physiologiquement à une autre forme d'épilepsie appelée laterecurrentdischarges (LRDs). Cette forme épileptique est d'un intérêt particulier parce qu'elle résiste aux médicaments anti-épileptiques et peut être considérée comme un facteur de risque de la mortalité infantile [2].
Tout comme l'épilepsie, la migraine est une maladie neurologique qui se caractérise par la survenue et la répétition des crises migraineuses. L'étude de Leao (1944) découvre qu'une dépression envahissante est responsable de l'aura migraineuse.
Dans notre espace des paramètres, nous localisons la crise épileptique, l'épilepsie sous forme

de laterecurrentdischarges (LRDs) et l'aura migraineuse et démontrons que le réglage de certains paramètres peut les empêcher. Comme conséquence, un nouveau concept pour traiter les maladies neurologiques pourrait être identifié grâce à ces résultats.

## Références

[1] VK Jirsa, WC Stacey, A Ivanov, C Bernard. *On the nature of seizure dynamics* (soumis).

[2] P. P. Quilichini, D. Diabira, C. Chiron, Y. Ben-Ari and H. Gozlan 2002. *Persistent epileptiform activity induced by low Mg2+ in intact immature brain structures*. Eur. Journal of Neuroscience, 16. pp 850-860.

# Modélisation et analyse mathématique des maladies infectieuses

**Jihad Adnani*, Khalid Hattaf**, Noura Yousfi***

*Département de Mathématiques et Informatique,
Faculté de Sciences Ben M'sik,
Université Hassan II, Casablanca, Maroc
**Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation,
Derb Ghalef, Casablanca, Maroc
adnanijihad@gmail.com, k.hattaf@yahoo.fr, nourayousfi@hotmail.com

**Mots-clés :** Biomathématique, épidémiologie, points d'équilibre, stabilité, contrôle optimal, stochastique, diffusion.

**Résumé** : Les maladies infectieuses sont un problème de santé publique mondial. L'éradication et le contrôle de maladies telles que le sida, l'hépatite B, l'hépatite C, la tuberculose, le cancer et d'autres, sont devenus la préoccupation numéro un de tous les dirigeants de notre globe, de l'organisation mondiale de la santé, de plusieurs associations et organismes à travers le monde. Ce grand intérêt a suscité la curiosité d'autres scientifiques que les médecins, les immunologistes, les virologistes et les épidémiologistes.
Les mathématiciens se sont particulièrement penchés sur les problèmes de modélisation, d'analyse, de contrôle et de simulation. Ils ont ainsi construit des modèles qu'ils ont analysés pour comprendre la dynamique de transmission des maladies, expliciter les suppositions, faire des prévisions, suggérer la ligne de conduite optimale pour la lutte contre les maladies infectieuses persistantes et émergentes.

Nous abordons dans certains de nos travaux de recherche de nouveaux modèles dans lesquelles nous introduisons des facteurs qui semblent d'après les spécialistes très importants tels que l'immunité humorale et cellulaire et certains médicaments, tels que les inhibiteurs de la transcriptase inverse (ITI) et les antiprotéases (AP). Nous avons aussi intégré dans certains modèles un terme de contrôle, de diffusion et de perturbation stochastique.

Les outils mathématiques utilisés sont très variés. Les modèles déterministes utilisent des équations différentielles, des équations différentielles à retard, des équations aux dérivées partielles. Dans certains modèles stochastiques, nous avons ajouté un terme de bruit.
Dans tous les articles que nous avons publiés, l'idée essentielle était d'étudier la stabilité

locale et globale autour de l'équilibre libre de la maladie et des équilibres endémiques. Selon les cas, nous avons utilisé différentes méthodes : linéarisation et étude des valeurs propres de la matrice jacobienne de l'équation linéarisée, construction d'une fonction de Lyapunov, principe de maximum de Pontriyaguine, équations différentielles stochastiques, calcul d'Itô, etc.
Les modèles discrets ont aussi fait l'objet d'un certain nombre de nos publications. Les simulations numériques nous ont permis de visualiser l'évolution de la maladie, la stabilité des équilibres, selon la présence ou non de termes contrôles dans le cas retard ou sans retard, avec terme de diffusion ou non.

# Can a machine learn to act rationally ? Approaches, algorithms and challenges


**Malik Ghallab**

Directeur de Recherche CNRS
LAAS-CNRS, University of Toulouse, France
malik@laas.fr



**Abstract** : *Machine Learning*, a very active research field of Artificial Intelligence, seeks the acquisition of models from observations, experiences, and records. It covers numerous techniques, some of which are already mature and addressing a rich spectrum of applications, in particular the so-called *Big Data* class of applications for structuring and extracting knowledge from huge collections of data, in supervised or unsupervised modes.

This talk is concerned with a particular topic of the field : learning to act rationally in order to achieve some objectives. This topic is relevant to numerous scientific problems. It is critical for the development of robotics, a domain that motivates and illustrates the presented approaches and algorithms.

The general problem is to learn, for each context and objective, the best *policy* (i.e., a mapping from states to actions) achieving the objective and optimizing some criteria. *Reinforcement Learning* (RL) is a major paradigm for this problem : the learner learns by interacting directly with its environment and getting *rewards* about how successful its actions are. Markov Decision Processes (MDP) provide the framework on which most RL algorithms are based. RL approaches are usually non-supervised : the sole feedback the learner receives is the cumulative rewards of its actions. RL leads naturally to *active learning* : the agent explores possible line of actions in order to improve its behavior, i.e., it acts for the sole purpose of learning. This rises the issue of *exploration* vs *exploitation*, i.e., exploring all possibilities to acquire new knowledge *vs* making use of learned knowledge.

Scaling up RL methods for large state spaces is a major concern. Continuous state variables and parametric models allow to overcome this issue by using functional approximation or policy search methods. They also allow to generalize what has been learned to unexplored areas of the parameter space when some continuity assumptions are met. Generalization is also pursued through *policy reuse* techniques. These extend the exploration–exploitation alternative with a third option, the reuse of previously known or learned policies. The approach requires mappings between state and actions spaces, but no a priori information about when the reuse is useful.

RL has been successfully applied at the sensori-motor control level for a single task, without much deliberation, e.g., in inverse pendulum or dart game types of demonstrations, or even in difficult tasks such as flying helicopter acrobatics. For more complex problem and diverse

environments and tasks, unstructured state spaces are very limited in expressiveness and complexity ; their convergence requires a huge amount of training. Structured representations have been explored, among which : *factored MDPs* with compact Bayesian Networks representations ; *hierarchical RL* methods ; and *relational RL* methods. These approaches allow to learn complex decomposable behaviors and to integrate the learning techniques with the reasoning methods used in planning.
RL methods face another issue : rewards functions are difficult to specify and estimate from observable variables. Inverse reinforcement learning aims at acquiring reward functions from demonstrated behavior. With similar motivation, other approaches augment RL methods with feedback from and interaction with a *teacher* to directly get advice on preferred policies. In this supervised RL mode, a teacher discriminate (e.g., through a preference) between alternative trajectories of *(state,action)* pairs issued from the same state. The approach of allows the learner to choose most relevant states where advice from the teacher can be useful.
*Learning from Demonstration* (LfD) focuses on learning from behaviors demonstrated by a teacher. LfD approaches can be classified into *teleoperation, shadowing, instrumented teacher* and *external observation*. In the former two categories, demonstrations take place in the learner's configuration space. In the latter two, demonstrations are in the natural space of the teacher. Sensing of the state variables is direct in the cases of teleoperation or instrumented teacher. It requires interpretation in the two other cases. Learning methods acquire either policies, state–action dynamics from which policies can be derived, or explicit action models explicit planning. Teleoperation, shadowing and instrumented teacher approaches have been successfully experimented with in robotics. More exploratory techniques for learning with external observation, such as active imitation and partial programming are being tried.
This talk surveys the state of the art in RL and LfD. It discusses the above mentioned approaches, with a focus on basic principles and algorithms.

## References

[1] P. Abbeel, A. Coates, A. Ng, *Autonomous Helicopter Aerobatics through Apprenticeship Learning*, International Journal of Robotics Research, 2010.
[2] D. Andre, S. J. Russell, *State abstraction for programmable reinforcement learning agents*, Proc. AAAI, 2002.
[3] B. D. Argall, S. Chernova, M. Veloso, B. Browning, *A survey of robot learning from demonstration*. Robotics and Autonomous Systems, 2009.
[4] G. Infantes, M. Ghallab, F. Ingrand, *Learning the behavior model of a robot*. Autonomous Robot, 2010.
[5] K. Judah, A. P. Fern, T. G. Dietterich, *Active Imitation Learning via Reduction to iid Active Learning*, Proc. UAI, 2012.
[6] J. Kober, J. Peters, *Policy search for motor primitives in robotics*. Machine Learning, 2011.

[7] J. Kober, J. Bagnell, J. Peters, *Reinforcement Learning in Robotics : A Survey*. International Journal of Robotics Research, 2013.

[8] B. Morisset, M. Ghallab, *Learning how to combine sensory-motor functions into a robust behavior*. Artificial Intelligence, 2008.

[9] D. Nguyen-Tuong, J. Peters, *Model learning for robot control : a survey*. Cognitive Processing, 2011.

[10] O. Sigaud, J. Peters (Eds.), *From Motor Learning to Interaction Learning in Robots*. Springer, 2010.

[11] A. Wilson, A. P. Fern, P. Tadepalli, *A Bayesian Approach for Policy Learning from Trajectory Preference Queries*, Proc. NIPS, 2012.

# Courbes et surfaces de Bézier et B-splines en modélisation géométrique

**Driss Sbibih**

Equipe d'Analyse Numérique et Traitement d'Images
Laboratoire MATSI, Faculté des Sciences
Université Mohammed Premier, Oujda, Maroc
sbibih@yahoo.fr

**Résumé** : La modélisation géométrique s'est largement développée avec l'apparition des machines à commande au milieu du siècle dernier. Ce développement s'est accentué avec l'invention de l'ordinateur et la création de l'informatique. La décision d'utiliser l'ordinateur dans le processus de conception de formes géométriques a forcé le dessinateur à décrire toutes ses formes par des modèles mathématiques. La représentation mathématique des courbes et des surfaces est le passage clé entre le dessin à main levée et celui assisté par ordinateur.

Les modèles mathématiques permettent une mémorisation facile des formes complexes en vue de les reproduire numériquement et favorisent la création et la modification selon le besoin de ces formes. Cette discipline a suscité l'intérêt des constructeurs automobiles et aéronautiques à la fin des années 1950 lorsque les machines à commande numérique sont arrivées. De nombreux modèles sont proposés. Parmi ceux ci, le modèle de Bézier et modèle B-spline sont les plus connus. Au début, ces modèles utilisaient des fonctions polynomiales mais l'usage s'est généralisé aux fractions rationnelles. L'idée directrice sur laquelle ces modèles sont basés consiste à tracer une courbe ou une surface en déplaçant le barycentre d'un système de points, appelés points de contrôle. En modifiant la position de ces points, on peut déformer la courbe ou la surface jusqu'à l'obtention du profil recherché.

Le modèle de Bézier, proposé par Pierre Bézier, à partir de 1962 a donné lieu au logiciel UNISURF développé dans les bureaux d'études de la régie Renault. En parallèle, Paul de Casteljau créait chez Citroën un autre modèle caractérisé par des pôles. Leur objectif principal était de définir de manière la plus concise les courbes des carrosseries et les pièces des voitures. Ensuite, un lien entre ces différents modèles a été réalisé par Riesenfeld en introduisant les polynômes de Bernstein. Grâce à cette nouvelle écriture, ces modèles ont vu leur champ d'application s'étendre avec le développement de l'informatique. Par exemple, les courbes de Bézier sont à la base des polices vectorielles de caractères et images vectorielles utilisées actuellement dans nos ordinateurs.

Cependant, le modèle de Bézier représente un inconvénient dans le sens où une courbe ou

surface de Bézier est totalement modifiée dès qu'on déplace un point de contrôle. Dans l'industrie automobile, par exemple, il est gênant que toute la pièce change de forme lorsque le constructeur veut seulement faire varier une partie de la pièce. Au niveau des calculs, il faudra tout refaire.
D'autre part, le degré d'une courbe de Bézier augmente avec le nombre de points de contrôle, et comme pour une forme complexe on fait intervenir beaucoup de points de contrôle, la courbe associée devient lourde et difficile à manipuler.
Pour remédier à ces problèmes de globalité et de degré, Cox et De Boor ont généralisé, au début des années 70, les travaux de de Casteljau en définissant les courbes B-splines uniformes. Du point de vue géométrique, une courbe B-spline peut être vu comme une suite de courbes de Bézier accolées les unes aux autres de façon que les jonctions soient suffisamment lisses. Ensuite, ces courbes ont été rapidement généralisées au cas non uniforme et ont été largement utilisées en dessin géométrique et en fabrication. Elles ont été à l'origine de la conception de formes géométriques chez General Motors et chez Boeing dans les années 70 et 80. Elles sont aussi à l'origine des programmes définissant les paramètres du vol d'un avion (température, altitude, poids, trajectoire, orbite optimale, $\cdots$). En 1985, ce modèle B-spline à été généralisé en définissant le modèle NURBS (Non Uniform Rational Basis Spline). Ce modèle à base de fractions rationnelles, qui reproduit d'une façon exacte les cercles et les coniques, permet de réaliser des formes avec des géométries complexes.

Actuellement et avec le développement de l'informatique, les courbes et surfaces paramétriques de Bézier et B-splines et leurs généralisations aux fractions rationnelles (NURBS) sont à la base de nombreux logiciels destinés à l'assistance dans les tâches de conception, de simulation et de fabrication. Ces logiciels sont capables de créer des formes plus complexes, plus élaborées et plus esthétiques.

# Mathématiques et environnement : vulnérabilité et pollution des eaux souterraines

**Abdessamad Bernoussi et Mina Amharref**

Equipe GAT : Géoinformation et Aménagement du Territoire
Faculté des Sciences et Techniques
Université Abdelmalek Essaadi. Tanger, Maroc
bersamed16@yahoo.fr, amharrefm@yahoo.fr

**Résumé** : Les problèmes liés à l'environnement ne cessent d'attirer l'attention tant des scientifiques et des acteurs dans le domaines, que des décideurs et même du grand publique vue la prise de conscience et la nécessité majeure de la protection des ressources naturelles. Toutefois, le droit au développement et à l'amélioration du cadre de vie de tout un chaqu'un et le devoir de sauvegarder les ressources naturelles sont deux paramètres antagonistes d'un système d'équations difficile à formuler et à résoudre. Pour approcher rigoureusement ces problèmes complexes, l'apport des mathématiques est indéniable ; d'abord dans la formulation de ce système d'équations ensuite dans sa résolution.

Pour illustrer cet apport des mathématiques dans les problèmes environnementaux, nous considérons, à titre d'exemple, le problème de la pollution des eaux souterraines. Par ailleurs, et à fin de mieux protéger les captages des eaux d'un système aquifère contre la pollution émanant des activités anthropiques, il serait nécessaire de délimiter d'abord les zones sensibles au transfert de polluant dites " zones vulnérables" et/ou à "risque". Ce ci nous amène à faire appel à un certain nombre de concepts mathématiques connus dans la théorie des systèmes ; telles que l'étalabilité, la vulnérabilité, le risque...etc. Ensuite il faudrait formuler le modèle mathématique décrivant le transfert des polluants de l'interface sol jusqu'a la nappe : c'est la modélisation. Cette modélisation nécessite l'identification des paramètres, intervenant dans ce transfert, et leurs hiérarchisations en paramètres principaux, secondaires...

Pour ce faire, il faudrait d'abord décrire le phénomène de transfert des polluants depuis la Zone Interface Sol (ZIS) jusqu'à la nappe (Zone Saturée, (ZS)) en passant par la Zone Non Saturée, (ZNS) (figure 1). Cette migration se fait à travers l'infiltration d'une certaine quantité d'eau (recharge, R) avec une certaine concentration initiale, $C_0$, en polluant. Suite à un ensemble de mécanismes complexes (adsorption, oxydoréduction, biodégradation,...) qui ont lieu simultanément dans la Zone Non Saturée, la pollution pourrait atteindre la nappe, ZS, avec une certaine concentration $C'$
Pour l'évaluation de la vulnérabilité à la pollution, des adaptations des notions d'étalabilité et de vulnérabilité, introduites dans le cadre de la théorie des systèmes distribués par A. El

Jai et son équipe se sont avérées très importantes.

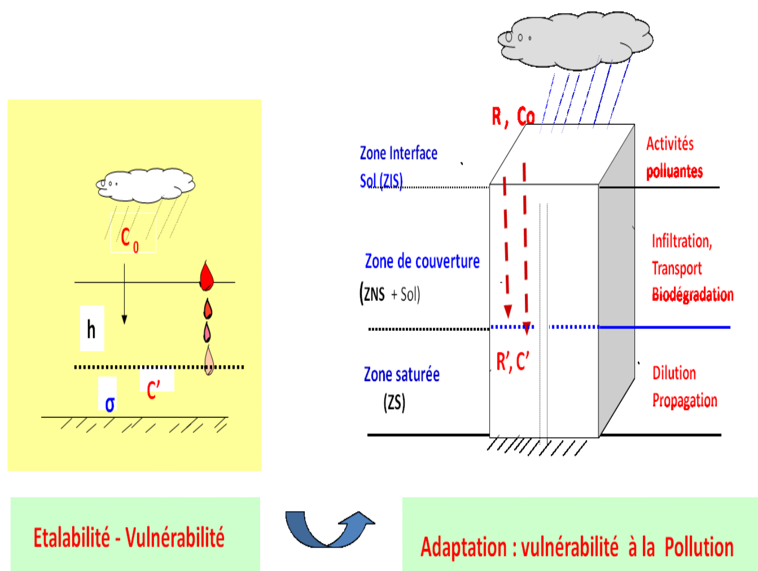



FIGURE 1 – *Mécanisme de transfert des polluants*

L'alimentation du modèle mathématique nécessite des données qu'il faudrait au préalable récolter, traiter et analyser (statistiques et analyse des données). Comme le domaine d'application (zone d'étude) est souvent hétérogène, il est alors nécessaire de faire appel aux techniques d'homogénéisation.
A titre d'exemple nous avons réalisé la carte de vulnérabilité à la pollution des eaux souterraines de la plaine du Gharb (Maroc) [1], figure 2.
Dans ce travail, nous illustrons l'apport des mathématiques dans les problèmes environnementaux, à travers l'exemple de la cartographie de la vulnérabilité et de risque de pollution des eaux souterraines.
Nous montrons, en particulier, qu'une telle approche (des problèmes environnementaux) ne peut se faire que dans un cadre pluridisciplinaire en intégrant certes des thématiciens (hydrogéologues, biologistes, chimistes, cartographes...) mais aussi des mathématiciens de différentes spécialités et cela dans le cadre de la théorie des systèmes distribués qui offre une meilleure opportunité de développer des recherches pluridisciplinaires.

# Références

[1] M. Amharref, S. Aassine, A. Bernoussi and B. Haddouchi, 2007. *Carthographie de la vulnérabilité à la pollution des eaux souterraines : Application à la plaine du Gharb.* Revue des Sciences de l'Eau, (2007) 20 (2) , 185-199.

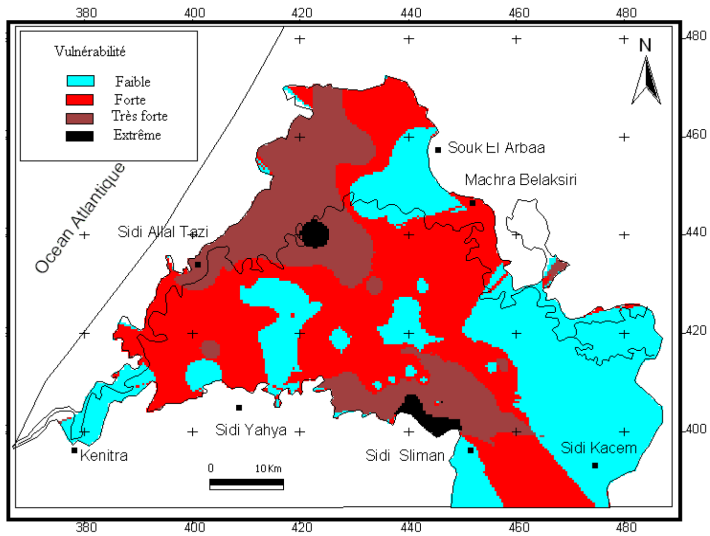



FIGURE 2 – *Carte de vulnérabilité intrinsèque de la nappe superficielle du Gharb*

[2] M. Amharref and A. Bernoussi, 2007. *Vulnérabilité et risque de pollution des eaux souterraines* . Actes des JSIRAUF (Journées Sientifiques Inter Réseaux de l'Agence Universitaire de la Francophonie), Hanoi, 6-9 novembre 2007.

[3] A. Bernoussi, 2011. Spreadability, vulnerability, regional viability and protector control. 16th International Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2011 Miedzyzdroje, Poland. Print ISBN : 978-1-4577-0912-8 INSPEC Accession Number : 12273090 Digital Object Identifier : 10.1109/MMAR.2011.6031313

# The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for option pricing

**Ibtissam Medarhri***, **Olivier Bokanowski**** **et Rajae Aboulaich***

* LERMA, Ecole Mohammadia d'ingénieur
Université Mohammed V-Agdal, Rabat, Maroc
** ENSTA ParisTech, Ecole Nationale Supérieure
de Techniques Avancées, Paris, France.
ibtissamme@gmail.com

**Abstract :** The Discontinuous Galerkin method is a class of finite element methods using completely discontinuous piecewise polynomial space for the numerical solution and the test functions.The numerical fluxes is the key ingredient of this method to obtain highly accurate and stable schemes in many difficult situations. In this report, we will present the Discontinuous Galerkin discretization of Diffusion-conservation law following the classical approach introduced by Cockburn and Shu [?], and using the Direct Discontinuous Galerkin given by Cheng and Shu [?].

**Keyword :** Discontinuous Galerkin, Runge-Kutta, PDE Black-scholes, Diffusion-conservation law.

## The European option problem

In this section we describe briefly the Direct Discontinuous Galerkin Method for the European option problem.
We consider the PDE of the European put option with Strike $K > 0$ and maturity $T > 0$ :

$$v_t - \frac{\sigma^2}{2} s^2 v_{ss} - rsv_s + rv = 0, \quad t \in (0,T),\ s \in \mathcal{D} \tag{1a}$$

$$v(0,x) := \max(K - s, 0), \quad s \in \mathcal{D} \tag{1b}$$

with $\mathcal{D} = (S_{min}, S_{max})$, where $0 < S_{min} < K < S_{max}$ and $S_{max}$ is large enough. It the first, we consider the change of variables $s = Ke^x$ and new unknown $v(t,s) = Ku(t,x)$, and the problem (1) becomes

$$u_t - au_{xx} + bu_x + cu = 0, \quad t \in (0,T),\ x \in \Omega \tag{2a}$$

$$u(0,x) := \max(1 - e^x, 0), \quad x \in \Omega \tag{2b}$$

## Discontinuous Galerkin Scheme for the Convection-Diffusion problem :

We consider the problem given in (2). In the first, we introduce the new variable $q(t,x) = \partial_x u(x,t)$ and rewrite the problem (2) as follows :

$$\partial_t u(t,x) + \partial_x q(t,x) + bu(x,t) + cu(t,x) = 0, \quad t \in (0,T),\ x \in \Omega, \tag{3a}$$

$$q(t,x) + \partial_x u(t,x) = 0, \quad t \in (0,T),\ x \in \Omega, \tag{3b}$$

$$u(x,0) := \max(1 - e^x, 0), \quad x \in \Omega \tag{3c}$$

We use the DG-scheme used in the transport equation to get the DG-schema for the Problem (3). The RKDG -schema for the equation (3) is given by :

$$\begin{cases} \dfrac{u^{n+1,i} - u^{n,i}}{\tau} + Ar^{n,i} + Br^{n,i+1} + A_1 u^{n,i} + B_1 u^{n,i+1} = 0, \\ r^{n,i} + Du^{n,i} + Cu^{n,i-1} = 0 \end{cases} \tag{4}$$

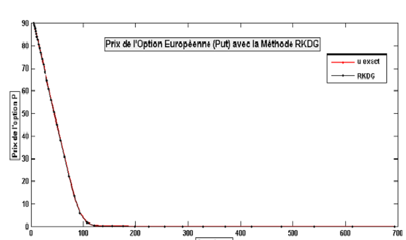
We use $RK2$ and $RK3$ for the equation (4).

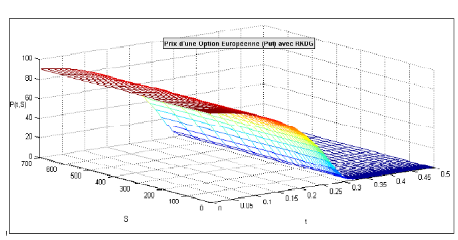
**Numerical example.** For the numerical example we will consider $T = 0.5$, $r = 0.1$ and $\sigma = 0.2$, and $K = 100$.and $Smin = 60.653$ ; $Smax = 271.82$.

| | $K=1$ | | $K=2$ | | $K=3$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Mesh I | error | order | error | order | error | order |
| 10 | 0.1908E-03 | - | 2.35E-03 | - | 1.31E-04 | - |
| 20 | 0.5862E-03 | 1.70 | 3.09E-04 | 2.92 | 9.27E-06 | 3.82 |
| 40 | 0.1571E-03 | 1.97 | 3.90E-05 | 2.98 | 5.99E-07 | 3.95 |
| 80 | 0.3874E-04 | 2.02 | 4.87E-06 | 3.00 | 3.77E-08 | 3.98 |
| 160 | 0.9487E-05 | 2.03 | 6.09E-07 | 3.00 | 2.36E-09 | 4.00 |

TABLE 1 – *Example 1(1D BS-Eurp)$L^2$,$L^\infty$ errors, for BSE test, K=2, RK3.*

For the Runge-Kutta test, is given in the table bellow :



| | Euler-Explicite | | RK=2 | | RK=3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Mesh N | error | order | error | order | error | order |
| 80 | 0.3682E-09 | - | 0.1365E-09 | - | 0.1563E-08 | - |
| 160 | 0.1780E-09 | 1.04 | 0.3522E-10 | 1.95 | 0.2109E-09 | 2.88 |
| 320 | 0.8293E-10 | 1.10 | 0.8784E-11 | 2.00 | 0.2750E-10 | 2.97 |
| 640 | 0.3939E-10 | 1.07 | 0.2169E-11 | 2.23 | 0.3423E-11 | 3.00 |

TABLE 2 – *(B&S equation) with fixed spatial order k=2, CFL= 0.3 to check time accuracy.*

# References


[1] **B.Cockburn,and C-W Shu,** The Local Discontinuous GALERKIN Method for time-dependent convection- diffusion systems, SIAM.Numer.Anal,Vol.35,(pp.2240-2463) Dec.(1998).

[2] **B.Cockburn,S-y Lin and C-W Shu,** TVB Runge-Kutta Local projection Discontinuous Galerkin Finite Element Method for ConservationLaws III :One dimensional Systems, Journal of Computational Physics,Vol.84,(pp.90-113) (1989).

[3] **M.Zhang,and C-W Shu,** An analysis of threre different formulations of the Discontinuous Galerkin Method for diffusion Equations, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences,Vol.13,(pp.395-413) (2003).

[4] **Y. Cheng, C-W Shu,** A discontinuous Galerkin finite element method for directly solving the Hamilton-Jacobi equations, Journal of Computational Physics,Vol.223,(pp.398-415) (2007)

# Fluctuations économiques : modélisation, analyse mathématique et simulations numériques

**Abdelilah Kaddar**

Université Mohammed V-Souissi,
Faculté des Sciences Juridiques, Economiques et Sociales
Salé, Maroc
a.kaddar@yahoo.fr

**Résumé :** Le modèle de croissance économique de Solow tente d'expliquer la croissance économique en tenant compte d'une économie dans son ensemble. L'une des principales critiques formulées contre ce modèle, c'est qu'il considère l'économie toute entière comme un seul secteur, ce qui rend ce modèle incapable d'expliquer les changements sectoriels. Afin de surmonter cette limitation nous nous proposons une généralisation de ce modèle dans un cadre de deux secteurs économiques. Le modèle résultant est représenté sous forme d'une équation différentielle à deux retards. En choisissant l'un des retards comme un paramètre de bifurcation, nous étudions la stabilité locale et la bifurcation de Hopf de ce modèle. Enfin, nous donnons quelques simulations numériques pour illustrer nos résultats théoriques.

Dans ce travail, nous nous proposons d'étudier l'équation dynamique d'accumulation du capital suivante :

$$\dot{k}_t = s\sum_{i=1}^{2} h_i k_{t-\tau_i}^{\alpha} - n\sum_{i=1}^{2} h_i k_{t-\tau_i} - \delta k_t, \tag{5}$$

où $k$ est le stock de capital, $s$ est le taux d'épargne, $n > 0$ le taux d'accroissement démographique, $\delta$ est le taux de dépréciation du stock de capital, $\tau_1$ et $\tau_2$ sont respectivement les délais de production dans le secteur 1 et le secteur 2, $h_1$ et $h_2$ sont respectivement les poids du secteur 1 et du secteur 2 dans l'économie telle que $h_1 + h_2 = 1$.
La condition initiale est donnée par $k_t = \phi_t$, pour tout $t \in [-\tau, 0]$, avec $\tau = \max(\tau_1, \tau_2)$.

Dans ce travail, en choisissant l'un des retards comme un paramètre de bifurcation, nous étudions la stabilité locale et la bifurcation de Hopf de ce modèle. Enfin, nous donnons quelques simulations numériques pour illustrer nos résultats théoriques.

Considérons les paramètres suivants :

$$\alpha = 0.5, \quad s_w = 0.1, \quad s_c = 0.3, \quad \delta = 0.05, \quad n = 0.1, \quad h_1 = 0.3, \quad h_2 = 0.7.$$

La position d'équilibre est donnée par $k^* = 1.778$. Donc, pour $\tau_1 = 10$, il existe une valeur critique $\tau_2^0 = 31.5$ telle que pour $0 \leq \tau < \tau_2^0$, $k^*$ est localement asymptotiquement stable (voir figure (1)). Si $\tau$ passe par cette valeur critique $\tau_2^0$, alors $k^*$ peut perdre sa stabilité et une famille de solutions periodiques bifurquées de $k^*$ apparaît (voir figure (2)).

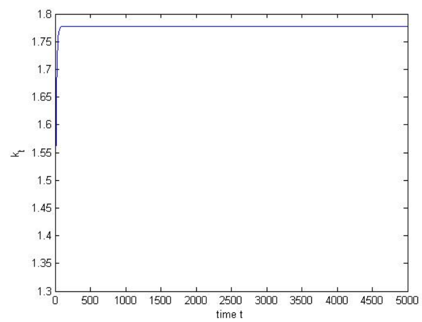



FIGURE 1 – *La solution $k(t)$ de (5) est asymptotiquement stable et converge vers l'état d'équilibre $k^*$.*

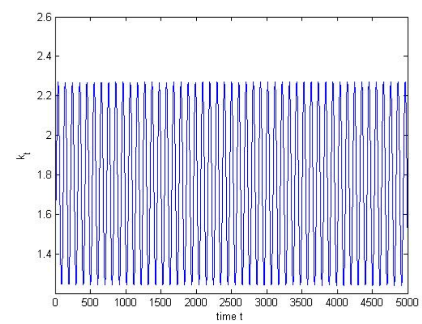



FIGURE 2 – *Pour $\tau_1 = 10$ et $\tau_2 = 31.5$, une bifurcation de Hopf apparaît et les solutions sont périodiques.*